

INDICE

	<u>Páginas</u>
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO PRIMERO.—LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS MÁS SIMPLES	
I. Longitudes, áreas y volúmenes como magnitudes relativas	6
Definición por medio de determinantes; interpretación de los signos	5
Aplicaciones sencillas, en particular, de la razón doble	9
Áreas de polígonos rectilíneos	12
Recintos limitados por curvas	15
Teoría del planímetro polar de Amsler	16
Volumen de poliedros; ley de las aristas	26
Poliedros unilaterales	27
II. Principio de Grassmann en el plano	30
Vectores	33
Aplicación a la Estática de sistemas rígidos	33
Clasificación de magnitudes geométricas según su comportamiento en la transformación de coordenadas rectangulares	35
Aplicación del principio de clasificación a las magnitudes elemen- tales	37
III. El principio de Grassmann en el espacio	40
Segmentos y elementos espaciales	41
Aplicación a la Estática de cuerpos rígidos	44
Relaciones con el complejo de Moebius	45

	<u>Páginas</u>
Representación geométrica del complejo	49
Relación con la teoría de las dinámicas	52
IV. Clasificación de las figuras elementales en el espacio atendiendo a su comportamiento en las transformaciones de coordenadas rectangulares	55
Generalidades sobre transformaciones de las coordenadas rectangulares en el espacio	55
Fórmulas de transformaciones de algunas magnitudes elementales...	60
Par de fuerzas y bivector libre, como formas equivalentes	62
Vectores libres y bivectores (Vector polar y axial)	64
Escalares de primera y segunda especie	66
Fundamentos del Algebra vectorial racional	68
Necesidad de una notación única en el cálculo vectorial	70
V. Formas derivadas de las fundamentales	71
Formas derivadas de puntos (curvas, superficies, configuraciones)...	72
Diferencia entre la Geometría analítica y la sintética	73
La Geometría proyectiva y el principio de dualidad	75
Interpretación analítica de Plücker	78
Teoría de la extensión (<i>Ausdehnungslehre</i>) de Grassmann; Geometría pluridimensional	81
Campo escalar y vectorial; análisis vectorial racional	84
 CAPITULO II.—LAS TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS 	
I. Transformaciones afines	92
Generalidades sobre transformaciones y su representación analítica.	92
Definición analítica y propiedades fundamentales	93
Aplicación a la teoría del elipsoide	95
Proyección paralela de un plano sobre otro	98
Proyección axonométrica del espacio (afinidad con determinantes nulos)	106
Teorema fundamental de Pohlke	110
II. Transformaciones proyectivas	114
Definición analítica: introducción de coordenadas homogéneas	114
Definición geométrica; toda colineación es una proyectividad	118

	Páginas
Comportamiento de la figura fundamental en una proyectividad	121
Proyección central del espacio en el plano (proyectividad con deter- minantes nulos)	124
Perspectiva relieve	125
Aplicación de la proyección para obtener las propiedades de las có- nicas	128
III. Transformaciones puntuales de orden superior	130
1. <i>Transformación por radios vectores recíprocos</i>	130
El inversor de Peaucellier	133
Proyección estereográfica de la esfera	134
2. <i>Proyecciones cartográficas más generales</i>	136
Proyección de Merkator	136
Teoremas de Tissot	138
3. <i>La transformación puntual biunívoca y continua más general</i>	140
Diferenciación de superficies	141
El teorema de Euler sobre poliedros	143
IV. Transformaciones con cambio de los elementos espaciales	144
1. <i>Transformaciones correlativas</i>	144
2. <i>Transformaciones de contacto</i>	147
3. <i>Algunos ejemplos</i>	150
Aplicación de las transformaciones de contacto a la teoría de las ruedas dentadas	152
V. Teoría geométrica de los elementos imaginarios	154
Puntos circulares imaginarios y circunferencia imaginaria	156
Transformaciones imaginarias	159
Interpretación geométrica, por Staudt, de figuras imaginarias con- jugadas, por sistemas polares reales	159
Interpretación completa por Staudt de elementos imaginarios aislados.	164
Representación de puntos y rectas imaginarias	169

CAPÍTULO III.—SISTEMATIZACIÓN Y FUNDAMENTOS DE LA GEOMETRÍA

	Páginas
I. La sistematización	173
1. <i>Generalidades sobre la constitución de la Geometría</i>	172
Teoría de los grupos como principio de clasificación geométrica ...	176
Tesis fundamental de Cayley: «Projective Geometry is all Geometry».	179
2. <i>Sobre la teoría de los invariantes de las sustituciones lineales</i> ...	180
Sistematización de la teoría de los invariantes	181
Aclaraciones con ejemplos sencillos	187
3. <i>Aplicaciones de la teoría de invariantes a la Geometría</i>	192
Significación de la teoría de invariantes de n variables en la Geometría afín de E_n con el origen fijo	192
Su significación en la Geometría proyectiva de E_{n-1}	197
4. <i>Sistematización de las Geometrías métrica y afín, basada en el principio de Cayley</i>	198
Inclusión de los conceptos fundamentales de la Geometría afín en el sistema proyectivo	199
Inclusión del principio de determinantes de Grassmann en la interpretación invariante de la Geometría. Tensores	203
Inclusión de los conceptos fundamentales de la Geometría métrica en el sistema proyectivo	209
Estudio proyectivo de la Geometría del triángulo	211
II. Fundamentos de la Geometría	212
Introducción. Relación con la Geometría analítica	212
Consideraciones sobre la construcción de la Geometría proyectiva pura en sus relaciones con la métrica	213
1. <i>Construcción de la Geometría plana, basada en la noción de movimiento</i>	216
Construcción de la Geometría afín por traslación paralela	218
Introducción de las rotaciones para la construcción de la Geometría métrica	224
Expresión analítica general de los conceptos fundamentales: distancia y ángulo	231
Introducción del concepto general de área y de curva	232

	<u>Páginas</u>
2. Otro modo de fundamentar la Geometría métrica; papel que desempeña el axioma de paralelismo	235
Distancia, ángulo y congruencia como conceptos fundamentales... ..	235
Axioma de las paralelas y teoría de las paralelas (Geometría no euclídea)	237
Significación de la Geometría no euclídea desde el punto de vista filosófico	239
Introducción de la Geometría no euclídea en el sistema proyectivo... ..	241
Generalidades sobre la moderna Axiomática geométrica... ..	243
3. Los «Elementos» de Euclides... ..	251
Crítica sobre la posición histórica y significación científica de los «Elementos»	256
Contenido de los 13 libros de Euclides... ..	256
Fundamentos de la Geometría según Euclides.	260
Comienzo del primer libro... ..	261
Laguna del «axioma de congruencia» en Euclides; posibilidad de los llamados sofismas geométricos	268
El «axioma de Arquímedes» en Euclides; sobre los ángulos corniformes como ejemplo de magnitudes no arquimedianas	273
APENDICE.—SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA	
Significado de los fundamentos históricos... ..	281
Contraposición de las exigencias modernas	282
Crítica de la pedagogía tradicional	283
I. La enseñanza en Inglaterra	286
Tipo tradicional de la enseñanza y de los exámenes... ..	287
Asociación para la mejora de la enseñanza de la Geometría	289
Perry y sus tendencias.	290
Algunas de las exigencias de la reforma de los libros de texto	292
II. La enseñanza en Francia	293
Putrus Ramus y Clairaut	294
Elementos de Legendre y su significación... ..	296
Teoría de las paralelas de Legendre... ..	298
Continuadores de Legendre	300
La reforma de la enseñanza de 1902	302
Influencia de los «Nouveaux Éléments» de Méray	302

	Páginas
III. La enseñanza en Italia	303
La influencia de <i>Cremona</i>	303
Libros antiguos de Geometría.	305
Nuevas exigencias de rigor: <i>Veronese</i>	306
La escuela de <i>Peano</i>	307
Tendencias de reforma... ..	309
IV. La enseñanza en Alemania	309
Influencia de la enseñanza en las Escuelas primarias (<i>Pestalozzi</i> y <i>Herbat</i>)	310
Plan de enseñanza austriaco de <i>Exner</i> y <i>Bonitz</i> (1849)... ..	312
Traslado de estas tendencias al Norte de Alemania; libros de <i>Holz-</i> <i>muller</i>	312
Estímulos de la Psicología experimental	314
Relación con la moderna educación artística... ..	316
Crítica de la Matemática por <i>Schopenhauer</i> ; digresión sobre la de- mostración del teorema de <i>Pitágoras</i>	317
Nuevas influencias de las Escuelas superiores	320
El plan de enseñanza austriaco de 1900 y la obra de <i>Henrici</i> y <i>Treut-</i> <i>lein</i>	321

BIBLIOTECA MATEMATICA

Director: J. REY PASTOR

Volumen núm. 1.—ENRIQUES *Fundamentos de la Geometría*, 384 páginas. Madrid, 1921.

Volumen núm. 2.—KLEIN, *Matemática elemental desde un punto de vista superior*.—Tomo I: Aritmética, Álgebra, Análisis, 370 páginas. Madrid, 1927.

Volumen 3.—KLEIN, *Matemática elemental desde un punto de vista superior*.—Tomo II: Geometría, 330 págs. Madrid, 1931.

Volumen núm. 4.—PLANCK, *Introducción a la Mecánica General*, 256 páginas. Madrid, 1930.

Volumen núm. 5.—REY PASTOR, *Teoría Geométrica de la Polaridad*, en las figuras de primera y segunda categoría, 294 páginas. Madrid, 1929. (Obra premiada y publicada por la Real Academia de Ciencias de Madrid.)

BIBLIOTECA SCIENTIA

Director: J. REY PASTOR

Volumen núm. 1.—EINSTEIN, *La Teoría de la Relatividad al alcance de todos*, 130 páginas. Madrid, 1925, tercera edición.

Volumen núm. 2.—REY PASTOR, *Los Matemáticos españoles del siglo XVI*, 164 páginas. Madrid, 1926.

Volumen núm. 3.—REY PASTOR Y BABINI, *Ejercicios de Matemáticas especiales para Físicos y Químicos*, 220 páginas. Madrid, 1930.

Volumen núm. 4.—BABINI, *Aritmética práctica: El cálculo con números exactos y el cálculo numérico aproximado*, 200 páginas. Madrid, 1930.